Clasa a 4-a

! Fiecare problemă valorează 7 puncte, iar punctajul total este de 28 puncte, nu există puncte din oficiu.

Problema 1: Determinați numerele naturale n pentru care $n + s + p = 121$. Am notat cu s suma cifrelor lui n și cu p produsul cifrelor lui n.

Problema 2: La ora de matematică, un elev a folosit inteligența artificială pentru a genera automat pe tabla interactivă un șir de numere de la 1 la 2024.
a) Aflați suma tuturor numerelor pare generate și suma tuturor numerelor impare generate.
b) Un elev joacă următorul joc: șterge pe rând câte două numere oarecare de pe tablă și scrie în locul lor un număr egal cu diferența lor. Este posibil ca, la un moment dat, suma numerelor rămase pe tablă să fie egală cu 10101? Justificați răspunsul.

Problema 3: Într-o cursă din faimoasa lume a insectelor, greierele este în urma lăcustei, care are 150 de sărituri înaintea lui. Câte sărituri trebuie să facă greierele ca să ajungă lăcusta ştiind că, pe când greierele face 10 sărituri, lăcusta face 11, dar 5 sărituri ale greierelui fac cât 8 sărituri ale lăcustei?

Problema 4 Determinaţi numerele naturale a și b care verifică egalitatea: $2024 : [206 + (a + b)x5] = 23$.

Clasa a 5-a

! Fiecare problemă valorează 7 puncte, iar punctajul total este de 28 puncte, nu există puncte din oficiu

Problema 1: Găsiți toate numerele naturale s de trei cifre pentru care suma cifrelor sale este egala cu 15, iar produsul cifrelor sale este egal cu 80. De asemenea, numărul s trebuie să fie divizibil cu 5. Justificați răspunsul!

Problema 2: Arătați că m nu poate fi pătrat perfect atunci când: $m^2 + n^2 = 121$ și $m^2 : n^2 = 9$ rest 4, unde m și n sunt numere naturale nenule.

Problema 3: Determinați suma numerelor naturale de forma $\overline{ab5c}$ care împarțite la un număr natural de două cifre dau restul 98, iar produsul cifrelor este 0.

Problema 4: a) Găsiți numărul de 3 cifre în baza 10 care, atunci când este scris în baza 4, conține doar cifra 3. b) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre scris în baza 10, care se scrie în baza 4 folosind exact trei cifre de 0?

Clasa a 6-a

! Fiecare problemă valorează 7 puncte, iar punctajul total este de 28 puncte, nu există puncte din oficiu.

Problema 1: Determinați toate numerele naturale s de trei cifre pentru care suma cifrelor este 9 și produsul cifrelor este un număr prim. Justificați răspunsul.

Problema 2: Determinați multimile X,Y care verifică simultan următoarele proprietăți:

- Fiecare din mulțimile X și Y au 3 elemente;
- Mulțimea $X \cap Y$ are exact un element;
- $5 \in X$ și $3 \in Y$;
- Dacă $p, q \in X$ și $p \neq q$, atunci $p \cdot q - p - q \in Y$;
- Elementele celor două mulțimi sunt cifre.

Problema 3: Unghiurile $D, E,$ și F îndeplinesc următoarele condiții:

- Raportul dintre complementul suplementului unghiului D și suplementul său este $\frac{3}{4}$;
- Raportul dintre complementul unghiului E și suplementul complementului său este $\frac{5}{6}$;
- Raportul dintre unghiul F și complementul său este $\frac{6}{7}$.

Calculați: $\frac{D+1.5\times(E+F)+E\times 0.3-F:5}{D+E+F}$.

Problema 4: Fie unghiurile $\angle LMN$ și $\angle LMO$, acestea sunt de aceeași parte a lui [MN] astfel încât LO și MN se intersectează în punctul P. Dacă $m(\angle LMN) = 60°$ și $m(\angle LMO) = 60°$, arătați că MP și NO nu sunt perpendiculare.

Clasa a 7-a

! Fiecare problemă valorează 7 puncte, iar punctajul total este de 28 puncte, nu există puncte din oficiu.

Problema 1: Determină toate numerele întregi z pentru care

$$\frac{5z+6}{3z-4}$$

este un număr întreg.

Problema 2: Fie a și b numere reale pozitive astfel încât $a+b=20$. Determinați valoarea maximă a expresiei ab.

Problema 3: Fie $\triangle STU$ cu [ST]≡[SU] și $m(\angle UST)=40°$. Construim V pe (ST astfel încât $m(\angle UVS)=20°$. Fie W pe UV astfel încât $SW \perp UV$. Notăm $SW \cap TU = \{X\}$. Fie $Y \in (SX)$, [XY]≡ [YS], Z∈ [TU], [ZU]≡ [ZT] Să se arate că $\triangle XYZ$ este isoscel.

Problema 4: Fie paralelogramul $SCLI$, P∈ [SC] astfel încât IP⊥ SC și $\angle ISC \equiv \angle SIP$. Construim $PR \perp IC$, unde R ∈[IC] și $LX \perp SC$, X ∈[SC], determinați lungimea segmentului SL știind că PR=IR=RC și SI=a.

Clasa a 8-a

! Fiecare problemă valorează 7 puncte, iar punctajul total este de 28 puncte, nu există puncte din oficiu.

Problema 1
a) Rezolvați următorul sistem de ecuații:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 24 \\ xy &= 12 \end{aligned}$$

b) Determinați valorile lui a pentru care sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 25 \\ axy &= 30 \end{aligned}$$

nu are soluții.

Problema 2
Fie s un număr natural și mulțimea $G_s = \{x \in \mathbb{R}^* \mid\mid x^2 - s \mid < 2s + 1\}$. Determinați valoarea lui s pentru care mulțimea G_s nu conține niciun numar întreg.

Problema 3
Fie $\triangle ABC$ un triunghi, construim bisectoarele astfel: (CC$_1$ bisectoarea $\angle C$, $C_1 \in$ [AB], (C_1C_2 bisectoarea $\angle C_1$, $C_2 \in$ [BC], C_2C_3 bisectoarea $\angle C_2$, $C_3 \in$ [CC$_1$].
a) Arătați că $sin(\angle C_2) = \dfrac{2 \cdot A_{\triangle CC_1C_2} \cdot C_3C}{C_1C_3 \cdot CC_2^2}$.
b) Știind că $sin(\angle \dfrac{C}{2}) = \dfrac{1}{2}$ și m$(\angle C_1C_2C) = 120°$, arătați că $AC = 2 \cdot BC$.

Problema 4 Fie $ABCDEFGHIJKL$ o prismă hexagonală regulată dreaptă.
a) Știind că latura bazei este de lungime a și înalțimea prismei de $2 \cdot a$ arătați că $sin(\angle AKC) > \dfrac{1}{2}$

b) Decupăm prisma astfel încat să obținem o piramidă hexagonală regulată dreaptă cu vârful în centrul bazei GHIJKL, știind că AB=AG=x, arătați că $\dfrac{A_{\triangle ABHG}}{A_{\triangle VAB}} \in (\sqrt{2}, \sqrt{3})$.