

Concursul de Matematică *Spectrum Math*
ediția I
Cluj-Napoca, 15 mai 2015
Barem Clasa a IV-a

Subiectul I. Determinați x din egalitatea $\{111 - [408 : (10x + 2) + 260] : 3\} \cdot 9 + 32 = 239$.

Rezolvare:

$$\{111 - [408 : (10x + 2) + 260] : 3\} \cdot 9 + 32 = 239 \Leftrightarrow$$

$$\{111 - [408 : (10x + 2) + 260] : 3\} \cdot 9 = 239 - 32 \Leftrightarrow$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$\{111 - [408 : (10x + 2) + 260] : 3\} \cdot 9 = 207 \Leftrightarrow$$

$$111 - [408 : (10x + 2) + 260] : 3 = 207 : 9 \Leftrightarrow$$

$$111 - [408 : (10x + 2) + 260] : 3 = 23 \Leftrightarrow$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$[408 : (10x + 2) + 260] : 3 = 111 - 23 \Leftrightarrow$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$[408 : (10x + 2) + 260] : 3 = 88 \Leftrightarrow$$

$$408 : (10x + 2) + 260 = 88 \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$408 : (10x + 2) + 260 = 264 \Leftrightarrow$$

$$408 : (10x + 2) = 264 - 260 \Leftrightarrow$$

$$408 : (10x + 2) = 4 \Leftrightarrow$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$10x + 2 = 408 : 4 \Leftrightarrow$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$10x + 2 = 102 \Leftrightarrow 10x = 102 - 2 \Leftrightarrow 10x = 100 \Leftrightarrow x = 100 : 10 \Leftrightarrow$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$x = 10$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

Nota 1: Soluția scrisă direct va primi un singur punct.

Nota 2: Odată la trecerea unui termen sau factor cu semn schimbat în partea dreaptă, scrierea rezultatului noii operații direct nu va afecta punctajul.

Subiectul II.

- a) Ana are 600 de bile albe sau roșii. Dorind să aibă doar bile albe, ea vrea să facă schimb cu Roxana care oferă 8 bile albe pentru fiecare 17 bile roșii. După schimb, Ana are 420 de bile albe. Câte bile albe a avut Ana la început ?
- b) În câte moduri pot fi împărțite 20 de bile identice la trei copii, astfel încât fiecare copil să primească cel puțin patru bile?

Rezolvare:

- a) Fie n numărul de schimburi. Fie a numărul de bile albe pe care le-a avut Ana inițial. Conform ipotezei $17 \cdot n$ reprezintă numărul de bile roșii pe care le-a avut Ana inițial, și $8 \cdot n$ reprezintă numărul de bile albe pe care le-a primit de la Roxana. Așadar $a + 17 \cdot n = 600$ și $a + 8 \cdot n = 420$

.....(2p)

Scăzând cele două ecuații obținem $9 \cdot n = 180$, de unde $n = 180 : 9 \Rightarrow n = 20$

.....(1p)

Înlocuind pe n într-una dintre ecuațiile de mai sus, obținem $a = 260$.

.....(1p)

Notă 1: Răspunsul direct va aduce un singur punct.

Notă 2: Orice altă soluție corectă este acceptată.

- b) Identificăm următoarele moduri de distribuire:

4	4	12
4	5	11
4	6	10
4	7	9
4	8	8
5	5	10
5	6	9
5	7	8
6	6	8
6	7	7

Răspuns: 10 moduri.....(3 puncte)

Notă 1: Răspunsul direct va aduce un singur punct.

Notă 2: Orice altă soluție corectă este acceptată.

Subiectul III. Se consideră numerele naturale nenule x, y, z . Împărțind pe x la y obținem câtul 4 și restul 3. Împărțind pe y la z obținem câtul 5 și restul 4.

a) Arătați că $x \geq 119$.

b) Determinați x, y, z știind că $x - 3y + z = 43$.

Rezolvare:

a) Aplicând teorema împărțiri cu rest împărțirilor din enunț, obținem: $x = 4y + 3$ și $y > 3$;

$y = 5z + 4$ și $z > 4$ (1 punct)

$x = 4y + 3 \Rightarrow x = 4(5z + 4) + 3 \Rightarrow x = 20z + 16 + 3 \Rightarrow x = 20z + 19$ (1 punct)

$z > 4 \Rightarrow z \geq 5$ (1 punct)

$z \geq 5 \Rightarrow 20z \geq 100 \Rightarrow 20z + 19 \geq 119 \Rightarrow x \geq 119$ (1 punct)

b) Înlocuind în ecuația dată pe x și pe y conform cu punctul a) obținem:

$20z + 19 - 3(5z + 4) + z = 43$ (1 punct)

$20z + 19 - 3(5z + 4) + z = 43 \Rightarrow 20z + 19 - 15z - 12 + z = 43 \Rightarrow 6z + 7 = 43 \Rightarrow$

$6z = 43 - 7 \Rightarrow 6z = 36 \Rightarrow z = 36 : 6 \Rightarrow z = 6$ (1 punct)

Aflarea restului de necunoscut: $y = 34$ și $x = 139$ (1 punct)

Notă 1: Răspunsul direct va aduce un singur punct.

Notă 2: Orice altă soluție corectă este acceptată.

Subiectul IV. Pe o insulă locuiesc numai arici, șerpi și vulpi. Fiecare animal mănâncă o singură dată pe zi astfel încât, fiecare arici mănâncă la micul dejun câte un șarpe, fiecare vulpe mănâncă la prânz câte un arici și fiecare șarpe mănâncă la cină câte o vulpe. Știm că, exact la sfârșitul zilei de miercuri, după cină, pe insulă a rămas un singur animal. Câte animale existau pe insulă luni, înainte de micul dejun?

Rezolvare:

Distingem 3 cazuri: dacă ultimul animal era un arici, un șarpe sau o vulpe.

Cazul I: Dacă ultimul animal era un arici. În acest caz, cum nu mai sunt șerpi, este clar că la cină, nici o vulpe nu a fost mâncată. Prin urmare, înainte de cină era tot un singur animal: ariciul, ceea ce contrazice ipoteza: "exact la sfârșitul zilei de miercuri, după cină, pe insulă a rămas un singur animal"(1 punct)

Cazul II: Dacă ultimul animal era un șarpe. Considerăm următorul tabel:

	Luni			Marți			Miercuri		
	arici	șerpi	vulpi	arici	șerpi	vulpi	arici	șerpi	vulpi
Înainte de Mic Dejun									
Înainte de Prânz									
Înainte de Cină									
După Cină							0	1	0

Acesta poate fi calculat în sens invers, conform cu ipoteza, obținând:

	Luni			Marți			Miercuri		
	arici	șerpi	vulpi	arici	șerpi	vulpi	arici	șerpi	vulpi
Înainte de Mic Dejun	13	19	9	4	6	3	1	2	1
Înainte de Prânz	13	6	9	4	2	3	1	1	1
Înainte de Cină	4	6	9	1	2	3	0	1	1
După Cină							0	1	0

În total avem în acest caz $13+19+9=41$ animale care au existat pe insulă Luni, înainte de micul dejun.....(4 puncte)

Cazul III: Dacă ultimul animal era o vulpe. Și în acest caz, cum nu mai sunt șerpi, este clar că la cină, nici o vulpe nu a fost mâncată. Prin urmare, înainte de cină era tot un singur animal: vulpea, ceea ce contrazice ipoteza: *"exact la sfârșitul zilei de miercuri, după cină, pe insulă a rămas un singur animal"*(1 punct)

Răspuns corect: 41.....(1 punct)

Notă 1: Răspunsul direct va aduce un singur punct.

Notă 2: Orice altă soluție corectă este acceptată.